exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$d'unité 2cm.

1. Résoudre l'équation $z^2 - z + 1 = 0$, puis donner les solutions sous forme exponentielle.
   On notera a, b les solutions
2. Résoudre l'équation $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$, puis donner les solutions sous forme exponentielle.
   On notera c, d les solutions
3. On note $A(a)$, $B(b)$, $C(c)$ et $D(d)$.
   Placer A, B, C et D dans $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$, puis démontrer que OCD est isocèle rectangle.

exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.

On considère le point A, d'affixe $z_A = -\sqrt{3} + i$, le point A_1 d'affixe $z_{A_1} = \overline{z_A}$ où $\overline{z_A}$ désigne le conjugué de z_A.

1. (a) Écrire le nombre complexe z_A sous forme exponentielle, puis placer les points A et A_1, dans le repère. On prendra 2 cm comme unité graphique.
   (b) On donne B le point d'affixe $z_B = 2e^{-\frac{2i\pi}{3}}$. Écrire le nombre complexe z_B sous forme algébrique.
   Placer alors le point B dans le même repère.
2. On considère le vecteur unitaire $\overrightarrow{w}$, tel que $\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{w}\right) = \dfrac{\pi}{12}$, et la droite Δ passant par O et de vecteur directeur $\overrightarrow{w}$.
   (a) Démontrer que le triangle OAB est rectangle isocèle en O.
   (b) Tracer la droite Δ, puis démontrer que Δ est la bissectrice de l'angle $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$.
   En déduire que les points A et B sont symétriques par rapport à la droite Δ.

exercice 3

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.
On pose $a = 3,\ b = 5 - 2i$ et $c = 5 + 2i$. On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $a,\ b$ et c.
Soit M un point d'affixe z du plan, distinct des points A et B.

1. Montrer que ABC est un triangle rectangle isocèle.
2. Donner une interprétation géométrique de l'argument du nombre complexe $\dfrac{z-3}{z-5+2i}$.
3. Déterminer alors l'ensemble des points M d'affixe z tels que $\dfrac{z-3}{z-5+2i}$ soit un nombre réel strictement négatif.

exercice 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$, on considère les trois points A, B et C d'affixes respectives $1,\ 2+2\mathrm{i}$ et $1-\mathrm{i}$.

1. Représenter A, B et C.
2. Déterminer le module et un argument de $\dfrac{2+2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$. En déduire la nature du triangle OBC.
3. Que représente la droite (OA) pour le triangle OBC ? Justifier votre affirmation.

exercice 5

Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

1. **Proposition** : Pour tout entier naturel n : $(1+\mathrm{i})^{4n} = (-4)^n$.
2. Soit (E) l'équation $(z-4)\left(z^2-4z+8\right)=0$ où z désigne un nombre complexe.
   Proposition : Les points dont les affixes sont les solutions, dans $\mathbb{C}$, de (E) sont les sommets d'un triangle d'aire 8.
3. **Proposition** : Pour tout nombre réel $\alpha,\ 1+\mathrm{e}^{2i\alpha} = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\cos(\alpha)$.
4. Soit A le point d'affixe $z_{\mathrm{A}} = \dfrac{1}{2}(1+\mathrm{i})$ et M_n le point d'affixe $(z_{\mathrm{A}})^n$ où n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2.
   Proposition : si $n-1$ est divisible par 4, alors les points O, A et M_n sont alignés.