EXERCICE I

Un joueur dispose d'un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6, et de trois urnes U_1, U_2 et U_3 contenant chacune k boules, où k désigne un entier naturel supérieur ou égal à 3.
Il y a trois boules noires dans l'urne U_1, deux boules noires dans l'urne U_2 et une boule noire dans l'urne U_3, et toutes les autres boules contenues dans les urnes sont blanches.
Les boules sont indiscernables au toucher.
Une partie se déroule de la façon suivante :
le joueur lance le dé,
• s'il obtient le numéro 1, il prend au hasard une boule dans l'urne U_1, note sa couleur et la remet dans l'urne U_1 ;
• s'il obtient un multiple de trois, il prend au hasard une boule dans l'urne U_2, note sa couleur et la remet dans l'urne U_2 ;
• si le numéro amené par le dé n'est ni le 1 ni un multiple de trois, il prend au hasard une boule dans l'urne U_3, note sa couleur et la remet dans l'urne U_3.
On désigne par A, B, C, et N les évènements suivants :

A : ≪ Le dé amène le numéro 1.≫
B : ≪ Le dé amène un multiple de trois.≫
C : ≪ Le dé amène un numéro qui n'est ni le 1 ni un multiple de trois.≫
N : ≪ La boule tirée est noire.≫

1. Le joueur joue une partie.
   (a) Montrer que la probabilité qu'il obtienne une boule noire est égale à $\frac{5}{3k}$.
   (b) Calculer la probabilité que le dé ait amené le 1 sachant que la boule tirée est noire.
   (c) Déterminer k pour que la probabilité d'obtenir une boule noire soit supérieure à $\frac{1}{2}$.
   (d) Déterminer k pour que la probabilité d'obtenir une boule noire soit égale à $\frac{1}{30}$.
2. Dans cette question, k est choisi pour que la probabilité d'obtenir une boule noire en jouant une partie soit égale à $\frac{1}{30}$.
   Le joueur joue 20 parties, indépendantes les unes des autres.
   Calculer la probabilité qu'il obtienne au moins une fois une boule noire.

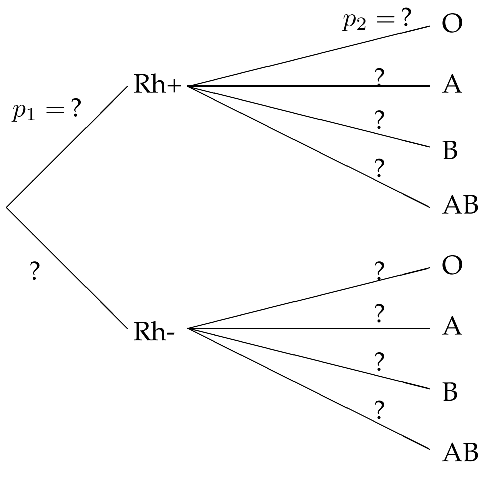
EXERCICE II

Voici le tableau des principaux groupes sanguins des habitants de la France :

	O	A	B	AB
Rhésus +	35,0 %	38,1 %	6,2 %	2,8 %
Rhésus -	9,0 %	7,2 %	1,2 %	0,5 %

Dans cet exercice, les résultats numériques demandés seront, s'il y a lieu, arrondis à 3 décimales.

1. L'objectif de cette question est de compléter à l'aide de données de ce tableau l'arbre suivant, à recopier sur la copie.



L'expérience consiste à choisir une personne au hasard dans la population donnée
(les habitants de la France).
On note Rh+ l'évènement " la personne a le facteur Rh+ "
On note O l'évènement " la personne appartient au groupe O "

(a) Déterminer la probabilité p_1, c'est à dire $p\,(\text{Rh+})$. On détaillera le calcul effectué puis on reportera ce résultat dans l'arbre.
Déterminer de même la probabilité p_2 (en détaillant les calculs).

(b) Compléter le reste de l'arbre, en remplaçant chaque point d'interrogation par la probabilité correspondante (il est inutile de détailler les nouveaux calculs).

2. (a) Comment peut-on, à partir de l'arbre complété, déterminer la probabilité de O ?
Vérifier ce résultat à l'aide du tableau.

(b) Quelle est la probabilité pour qu'une personne appartenant au groupe O ait le facteur Rh+ ?

3. On considère n personnes choisies au hasard dans la population donnée (les habitants de la France).
Calculer, en fonction de n, la probabilité p pour qu'il y ait, parmi elles, au moins une personne du groupe O.

EXERCICE III

Un récipient contient un gaz constitué de deux sortes de particules : 75 % de particules A et 25 % de particules B.
Les particules sont projetées sur une cible formée de deux compartiments KI et K2.
L'expérience est modélisée de la façon suivante :

- une particule au hasard parmi les particules de type A entre dans K1 avec la probabilité $\dfrac{1}{3}$

et dans K2 avec la probabilité $\dfrac{2}{3}$;

- une particule au hasard parmi les particules de type B entre dans chacun des compartiments avec la probabilité $\dfrac{1}{2}$.

Partie A

1. Soit une particule au hasard.
Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :
A1 : « la particule isolée est de type A et elle entre dans K1 »,
A2 : « la particule isolée est de type A et elle entre dans K2 »,
B1 : « la particule isolée est de type B et elle entre dans K1 »,
B2 : « la particule isolée est de type B et elle entre dans K2 »,
C1 : « la particule entre dans K1 »,
C2 : « la particule entre dans K2 ».
2. Sachant que la particule entre dans K1,quelle est la probabilité qu'elle soit de type A ?

partie B

On procède cinq fois de suite et de façon indépendante à l'épreuve décrite en introduction.
Le nombre de particules étant très grand, on admettra que les proportions 75 % et 25 % restent constantes.

1. Calculer la probabilité de l'évènement E : " aucune particule n'entre dans K2 "
2. Calculer la probabilité de l'évènement F : " toutes les particules entrent dans K2 "
3. Calculer la probabilité de l'évènement G : " il y a au moins une particule qui entre dans K1 "
4. Calculer la probabilité de l'évènement H : " la première entre dans K1,les quatres autres dans K2 "
5. Calculer la probabilité de l'évènement I : " une seule entre dans K1"